

Derivada de las Funciones Logarítmicas

- Derivada de la función logarítmica $\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$ para $x > 0$
- Regla de la cadena para las funciones logarítmicas $\frac{d(\ln h(x))}{dx} = \frac{h'(x)}{h(x)}$

Ejercicios. Encuentre la derivada de cada una de las siguientes funciones:

$f(x) = 4 \ln(x)$	$f(x) = \ln(8x)$	$f(x) = \ln(4x + 9)$	$f(x) = \ln(8x^3 - 2x)$
$f(x) = \frac{1}{3} \ln(x^2 - 1)$	$f(x) = \ln \frac{x}{x-1}$	$f(x) = \ln(x-1) + \ln(2x+1)$	$f(x) = \ln \left(\frac{3x+2}{x^2-5} \right)^{1/4}$

Aplicación

1. La ecuación de la demanda de cierto artículo está dada por

$$x = 30 - \frac{3}{2} \ln(p + 1)$$

, calcule la tasa de cambio de las unidades demandadas con respecto al precio cuando $p=2$

2. Suponga que el costo total (en dólares) para un producto está dado por

$$C(x) = 1500 + 200 \ln(2x + 1)$$

, donde x es el número de unidades producidas

- a. Encuentre la función costo marginal (es decir $C'(x)$)
- b. Encuentre el costo marginal cuando se producen 200 unidades e interprete el resultado

3. El ingreso total en dólares por la venta de x unidades de un producto está dado por

$$R(x) = \frac{2500x}{\ln(10x+10)}$$

- a. Encuentre la función ingreso marginal
 - b. Encuentre el ingreso marginal cuando se venden 100 unidades e interprete el resultado
4. Un fabricante determina que se venderán x unidades de cierto artículo de lujo cuando el precio sea $p(x) = 112 - x \ln(x^3)$ cientos de dólares por unidad
 - a. Encuentre la función ingreso ($x \cdot p(x)$) y de ingreso marginal ($p'(x)$).
 - b. ¿Determine el ingreso marginal obtenido al producir la quinta unidad?

5. En un negocio se estima que cuando se emplean x miles de personas, su utilidad será $p(x)$ millones de dólares, donde

$$P(x) = 10 + \ln \frac{x}{25} - 12x^2, \text{ para } x > 0$$

¿Determine la tasa de cambio de la utilidad respecto al número de personas si el número de personas empleadas se incrementa de mil a dos mil?