

## Problemas de Aplicación de la Función Exponencial

1. **Interés compuesto capitalizado** Si se invierten  $P$  dólares a una tasa de interés anual  $r$  (expresada en decimal) y el interés se capitaliza  $k$  veces por año, el saldo  $B(t)$  después de  $t$  años será

$$B(t) = p\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kt}$$

Supóngase que se invierten us\$5 000 a una tasa de interés anual del 10%. Calcular el saldo después de 10 años si el interés se capitaliza: Anualmente, Semestralmente y diariamente (365 días) ¿Qué encuentra?

2. **Interés capitalizado continuamente** Si se invierten  $P$  dólares a una tasa de interés anual  $r$  (expresada en decimal) y el interés se capitaliza continuamente, el saldo  $B(t)$  después de  $t$  años será

$$B(t) = Pe^{rt}$$

Supóngase que se invierten us\$5 000 a una tasa de interés anual del 10%. Calcular el saldo después de 10 años si el interés se capitaliza continuamente

3. Supóngase que se invierten 5 millones de pesos a una tasa de interés anual del 7%. Calcular el saldo (en millones) después de 10 años si el interés se capitaliza: Anualmente, Semestralmente, diariamente y continuamente (365 días) ¿Qué encuentra?
4. Si se prestan  $P$  dólares durante  $N$  meses, con capitalización mensual a una tasa de interés anual  $r$  (expresada en decimal), el préstamo puede pagarse con cuota mensual de

$$m = \frac{Pi}{1 - (1 + i)^{-N}}$$

, donde  $i$  es el pago del interés por periodo.

Determinar la cuota mensual para comprar un automóvil nuevo que cuesta 35 millones de pesos, si la cuota inicial es de 10 millones y el resto se financia a un periodo de 5 años a una tasa anual de 6% capitalizada mensualmente (nótese que  $i = \frac{0.06}{12}$ )

5. Para comprar una casa se hace un préstamo de 150 millones de pesos al 9% de interés anual, capitalizado mensualmente durante 30 años ¿cuánto debe pagarse mensualmente para amortizar la deuda.
6. Si se invierten \$10.000 con una tasa de interés del 6% compuesto mensualmente, entonces el valor futuro de la inversión después de  $x$  años está dado por  $S = 10000(1.005^{12x})$ . Encuentre el valor futuro de la inversión después de 5 años y de 30 años.

7. Una compañía ha visto que la demanda mensual de su nueva línea de computadoras domésticas  $t$  meses después de introducirlas en el mercado está dada por

$$D(t) = 2000 - 1500e^{-0.05t} \quad (t > 0)$$

Grafique la función y responda lo siguiente

- ¿cuál es la demanda después de un mes y un año?
  - ¿cuánto tiempo debe pasar para que se demanden 1000 unidades.
8. El poder adquisitivo  $P$  de un ingreso fijo de \$30 000 anuales (como pensión) después de  $t$  años, con una inflación de 4% puede modelarse por medio de la fórmula

$$P = 30000e^{-0.04t}$$

Encuentre el poder adquisitivo después de 5 años y 20 años

9. El número de fondos mutuos  $N$ , excluyendo los fondos del mercado monetario, para los años seleccionados de 1978 a 2000, se pueden modelar por medio de

$$N = 276e^{0.1351t}$$

Donde  $t$  es el número de años que han pasado desde 1975.

- Use el modelo para calcular el número de fondos mutuos en 1990
  - Use el modelo para calcular el año en que el número de fondos mutuos llegará a 20000.
10. Si se invierte  $p$  dólares a un interés compuesto continuamente  $r$ , el valor futuro  $s$  en un periodo  $t$  (en años) está dado por

$$S = p e^{\frac{r}{100}t}$$

¿Cuál sería el importe  $S$  del \$1 000 000 con la misma tasa de interés en 30 meses

11. Se proyecta que dentro de  $t$  años la población de cierto país será  $P(t) = 50e^{0.02t}$  millones de habitantes. ¿Cuál era la población al iniciar el estudio? ¿Cuál será la población después de 10 años?

12. Cierta máquina industrial se deprecia de manera que su valor después de  $t$  años es

$$Q(t) = 20000 e^{-0.4t} \text{ dólares.}$$

¿Cuál será el valor de la máquina después de 5 y 10 años? ¿Qué encuentra?

13. La demanda de consumo de cierto artículo es  $D(p) = 3000 e^{-0.01p}$  unidades por mes cuando el precio de mercado es  $p$  dólares por unidad. Encuentre la demanda con respecto para  $p=100$  y  $p=200$ . ¿Qué significa? ¿qué encuentra?

14. Después de terminar una campaña publicitaria, las ventas de un producto están dadas por  $S = 100\,000 e^{-0.5t}$ , donde  $S$  representa las ventas semanales en dólares y  $t$  es el número de semanas desde el final de la campaña. Encuentre la venta 1 mes después de culminar la campaña publicitaria.
15. Suponga que el costo total en dólares de producir  $x$  unidades de un producto se determina por medio de  $C(x) = 10\,000 + 20x e^{x/600}$ . Encuentre el costo de producir 600 unidades.
16. Un editor de una casa editorial estima que si distribuyen  $x$  miles de ejemplares de cortesía a maestros, las ventas de un libro nuevo durante el primer año serán aproximadamente  $f(x) = 20 - 15e^{-0.2x}$  miles de ejemplares. Encontrar las ventas si se distribuyen 1000 ejemplares de cortesía.
17. La función del ingreso para cierto producto está dada por la función  $R(x) = 25xe^{(1-0.01x)}$  donde  $R(x)$  es el ingreso en miles de dólares por la venta de  $x$  productos. Encuentre el ingreso cuando se venden 75 mil unidades y explique lo significa.
18. Cuando cierta maquinaria industrial tenga  $t$  años, su valor de reventa será

$$V(t) = 4\,800e^{-t/5} + 400$$

- c. ¿Cuál era el valor de la maquinaria cuando estaba nueva?
  - d. ¿Cuál será el valor de la maquinaria después de 10 años?
19. Un fabricante de juguetes descubrió que la fracción de sus buques petroleros de juguetes de pilas, que se hunden en menos de  $t$  días es aproximadamente  $f(t) = 1 - e^{-0.03t}$ .
    - a. ¿Qué fracción de los buques petroleros puede esperarse que flote al menos 10 días?
    - b. ¿Qué fracción de los buques petroleros puede esperarse se hundan entre el día décimo quinto y vigésimo?
  20. Un estudio estadístico indica que la fracción de tostadores eléctricos fabricados por determinada compañía, que aún están en condiciones de trabajo después de  $t$  años de uso es  $f(t) = e^{-0.2t}$ .
    - a. ¿Qué fracción de tostadores puede esperarse que funcionen al menos 3 años?
    - b. ¿Qué fracción de tostadores puede esperarse se dañen durante el tercer año?
    - c. ¿Qué fracción de tostadores puede esperarse se dañen antes de un año de uso?

21. El costo promedio de producir  $q$  unidades de un producto está dado por

$$\bar{c} = \frac{7000e^{q/700}}{q}$$

Encuentre la función de costo marginal si  $q=350$  y  $q=700$ . Compare los resultados, ¿qué encuentra?