Curso: **Fundamentos de Matemática**	Unidad: **Sistema de Ecuaciones Lineales**	Estructura: **Base Conceptual** **Métodos para la solución de un Sistema de Ecuación Lineal**
Docente: Lic. Esp. José F. Barros	Fecha: 1 de mayo de 2009	
Objetivo: Actividad para la recuperación el día festivo 1 de mayo		

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Sistemas de Ecuaciones: Conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más variables. Si un Sistema de Ecuaciones tiene solución se dice **compatible** sino es **incompatible**. Si un sistema compatible tiene una solución se dice **determinado** y si tiene infinitas soluciones es **indeterminado**.

Métodos para resolver un Sistema de Ecuación lineal

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales es necesario obtener de las ecuaciones una ecuación con una incógnita.

Los métodos elementales para resolver sistemas de ecuaciones lineales son: por igualación, sustitución, eliminación, regla de Cramer o determinante y el gráfico.

La diferencia entre los métodos consiste en la obtención de la primera incógnita, el valor obtenido se remplaza en cualquiera de las ecuaciones originales para hallar el valor de la otra variable.

Conjunto Solución: Son aquellos valores que al remplazar las variables satisfacen la ecuación, ósea, la vuelven una igualdad numérica.

Para constatar que los valores obtenidos son conjunto solución, se deben verificar en las ecuaciones, el procedimiento consiste en sustituir los valores obtenidos en cada ecuación, se resuelve y si se obtienen igualdades numéricas, entonces la solución es correcta.

Método de Igualación Consiste en despejar de ambas ecuaciones la misma variable, se igualan las expresiones obtenidas, obteniendo una ecuación con una incógnita, se resuelve y se halla el valor de la primera variable, se remplaza el valor obtenido en una de las ecuaciones despejadas para obtener el valor de la otra variable y se verifica para constatar si los valore obtenidos son conjunto solución

Ejercicio. Resolver el siguiente sistema de ecuación lineal por el método de igualación

$$x + y = 1 \qquad (Ec1)$$
$$3x + y = -12 \qquad (Ec2)$$

Despejamos la variable ***y*** de las ecuaciones **1** y **2**,

De la (Ec1) $\qquad$ De la (Ec1)

$y = 1 – x \quad (Ec3) \qquad y = -12 – 3x \quad (Ec4)$

Igualamos las ecuaciones **3** y **4:** $\qquad 1 – x = -12 – 3x$

Despejando $\qquad 3x – x = -12 – 1; \quad 2x = -13; \quad \boldsymbol{x = -\frac{13}{2}}$

Halamos el valor de la otra variable, remplazando el valor de la variable obtenida en una de las ecuaciones originales despejadas, en (Ec3) o (Ec4)

En la (Ec1) $y = 1 - \left(-\frac{13}{2}\right)$

Entonces, $y = \frac{15}{2}$

$$y = \frac{15}{2}$$

Para verificar se remplazan los valores obtenidos en las ecuaciones originales, (Ec1) y (Ec2)

En la (Ec1)	*En la (Ec2)*
x + y = 1	*3x + y = -12*
$-\frac{13}{2} + \frac{15}{2} = 1$	$3\left(-\frac{13}{2}\right) + \frac{15}{2} = -12$
$\frac{2}{2} = 1$	$-\frac{39}{2} + \frac{15}{2} = -12$
1=1	$-\frac{24}{2} = -12$
	$-12 = -12$

Método de Sustitución Consiste en despejar de una de las ecuaciones una las variables, la expresión obtenida se sustituye en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una incógnita, se resuelve y se halla el valor de la primera variable, se remplaza el valor obtenido en una de las ecuaciones originales para obtener el valor de la otra variable y se verifica para constatar si los valore obtenidos son conjunto solución

Ejercicio. Resolver el siguiente sistema de ecuación lineal por el método de sustitución

4x – 2y =4 (Ec1)
x – 2y =-2 (Ec2)

Se despeja la variable ***x*** de la (Ec2): $x = 2y - 2$ (Ec3)

Se remplaza en la (Ec1): $4(2y - 2) - 2y = 4$

Resolviendo $8y - 8 - 2y = 4;\quad 6y - 8 = 4$

Despejando $6y = 8 + 4;\quad 6y = 12:\quad y = \frac{12}{6}$ entonces $\mathbf{y = 2}$

Se remplaza en la (Ec2): $x - 2(2) = -2;\quad x - 4 = -2:\quad x = -2 + 4$ entonces $\boldsymbol{x = 2}$

Verificación

En la (Ec1)	*En la (Ec2)*
4(2) – 2(2) =4	*2 – 2(2) =-2*
$8 - 4 = 4$	$2 - 4 = -2$
$4 = 4$	$-2 = -2$

Método de Eliminación Consiste en eliminar una cualquiera de las variables. Esto se logra haciendo que una de las variables, quede con igual coeficiente pero con signo contrario, por medio de la multiplicación y división luego se suman las ecuaciones obtenidas, obteniendo una ecuación con una incógnita, se resuelve y se halla el valor de la primera variable, se remplaza el valor obtenido en una de las ecuaciones originales para obtener el valor de la otra variable y se verifica para constatar si los valore obtenidos son conjunto solución

Ejercicio. Resolver el siguiente sistema de ecuación lineal por el método de eliminación

2x + 3y = -5   (Ec1)
x - 2y = 8   (Ec2)

Se multiplica la (Ec2) por -2: $-2(x-2y)=-2(8)$; $-2x+4y=-16 \quad \text{(Ec3)}$

Sumamos las (Ec1) y la (Ec3);

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = -5 \\ -2x + 4y = -16 \\ \hline 7y = -21 \end{array}$$

Despejando: $y=\frac{-21}{7}$; $\boldsymbol{y=-3}$

Remplazando en la (Ec2): $x-2(-3)=8$; $x+6=8$; $x=8-6$; $\boldsymbol{x=2}$

Verificando

En la (Ec1)	*En la (Ec2)*
2(2) + 3(-3) = -5	*2- 2(-3) = 8*
4 – 9 = -5	*2 + 6 = 8*
-5 = -5	*8 = 8*

Por Determinante

Matriz Conjunto de datos organizados en filas y columnas. Una matriz de *m* filas y *n* columnas se dice una matriz de mx*n* dicho número es el tamaño de la matriz. Una matriz de *n* filas y n columnas, es decir, el número de filas es igual al de columnas, se dice una matriz cuadrada de orden *n.*

Determinante de una matriz de orden 2

Dada la matriz $A=\begin{Bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{Bmatrix}$

El determinante de A es un número que se denota *det(A) o |A|* y se obtiene

$$det(A) = |A| = a_{1,1}.a_{2,2} - a_{2,1}.a_{2,1}$$

Regla de Cramer Dado el sistema de ecuación lineal

ax + by = c
dx + ey = f

, con *a, b, c, d, e y f* $\in R$ se cumple

$$x=\frac{\begin{bmatrix} c & b \\ f & e \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}};y=\frac{\begin{bmatrix} a & c \\ d & f \end{bmatrix}}{\left[\begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}\right]}$$

Ejercicio. Resolver el siguiente sistema de ecuación lineal por la regla de Cramer

3x + 2y = -7
2x - 3y = 4

Aplicando la regla de Cramer

$$x=\frac{\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}}=\frac{(-7)(-3)-(4)(2)}{(3)(-3)-(2)(2)}=\frac{21-8}{-9-4}=\frac{13}{-13}=-1; entonces\ \boldsymbol{x=-1}$$

$$y = \frac{\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}} = \frac{(3)(4) - (-7)(2)}{(3)(-3) - (2)(2)} = \frac{12 + 24}{-9 - 4} = \frac{26}{-13} = -2; entonces\ \boldsymbol{y = -2}$$

Verificando

En la (Ec1)	*En la (Ec2)*
3(-1) + 2(-2) = -7	*2(-1) – 3(-2) = 4*
-3 – 4 = -7	*-2 + 6 = 4*
-7 = -7	*4 = 4*

Pueden existir sistemas de Ecuaciones Lineales que no tienen solución

Ejercicio. En grupo máximo de 4 estudiantes, resolver cada sistema de ecuación lineal, si tienen solución y presentarlo por escrito el día 8 de mayo. Para la fecha debe presentarse preparado para aclarar dudas y presentar una evaluación del tema tratado.

1. *x – y = -2 ; 2x + y = -1*
2. *3x – y = 10 ; 6x – 2y = 5*
3. *2x – y = 3 ; 4x – 2y = 6*
4. *4x – y = 3 ; 2x + 3y =19*
5. *3x + 4y = 1; 2x – 3y =12*
6. *5x – 2y = 4; 2x - 3y = 5*
7. *-4x + 3y= -5 ; 3x – 2y = 4*
8. *x + 2y =3 ; 3x + 6y = 6*
9. *0.2x – 0.y3 = 4; 2,3x – y = 1.2*
10. $\frac{5}{2}x - \frac{7}{2}y = -1; 8x + 3y = 11$